ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΝΟΤΗΤΑ: ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού x.

Μονάδες: 5

Α2. Να αποδείξετε ότι :$|\alpha+\beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Πότε ισχύει η ισότητα;

Μονάδες: 8

Α3. Να αποδείξετε ότι: $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\nu]{\alpha}$ $\acute{o}\pi o\upsilon\ \mu, \nu\ \theta\varepsilon\tau\iota\kappa o\acute{\iota}\ \alpha\kappa\acute{\varepsilon}\rho\alpha\iota o\iota\ \kappa\alpha\iota\ \alpha \geq 0$

Μονάδες: 7

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι Σωστές ή με (Λ),αν είναι Λανθασμένες:

1) Η εξίσωση $|x-3| = -4$ είναι αδύνατη
2) Ισχύει ότι: $d(x,-2) = |x-2|$
3) $|\alpha| + |\beta| = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$
4) Είναι : $\sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} = 1 - \sqrt{2}$
5) Αν $\alpha > \beta > 0,\ \tau\acute{o}\tau\varepsilon\ \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$

Μονάδες: 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{\sqrt{x^2}}{x} - \frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3} \quad \mu\varepsilon\ 0 < x < 3 \quad \kappa\alpha\iota \quad B = \sqrt[3]{\sqrt{28}-1} * \sqrt[3]{\sqrt{28}+1}$$

i. Να αποδείξετε ότι η παράσταση Α είναι ανεξάρτητη του x
ii. Να υπολογίσετε την παράσταση Β
iii. Αν $A = 2$ $\boldsymbol{\kappa\alpha\iota}$ $B = 3$, να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{|\omega-3|-4}{A} + \frac{5}{B} = \frac{|3-\omega|}{3A-B}$$

Μονάδες: (4+3+5)

Β2.

- **i.** Να αποδείξετε ότι: $\sqrt[5]{2\sqrt{2\sqrt[3]{2}}} = \sqrt[3]{2}$
- **ii.** Να μετατρέψετε το παρακάτω κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή:

$$\frac{8}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

Μονάδες: (4+3)

Β3. Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{2|3x-2|+4}{4} - \frac{6-|3x-2|}{2} = \frac{|2-3x|}{3} - 2$$

Μονάδες: 6

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί:

$\alpha = \sqrt{5} * \sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{2}} * \sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$ $\boldsymbol{\kappa\alpha\iota}$ $\beta = (\sqrt{12}-\sqrt{27})(\sqrt{48}-\sqrt{75})$ και η παράσταση:

$$A = \frac{\sqrt{\gamma^2-10\gamma+25}}{\gamma-\alpha} + \frac{\sqrt{\gamma^2-6\gamma+9}}{\gamma-\beta} \quad \mu\varepsilon \;\; \gamma \neq \alpha\,, \gamma \neq \beta$$

- **i.** Να αποδείξετε ότι: $\alpha = 5 \quad \kappa\alpha\iota \quad \beta = 3$
- **ii.** Αν ξέρετε ότι $\mathrm{d}(\gamma, 4) < 1$, να αποδείξετε ότι $\mathrm{A} = 0$

Μονάδες: 12

Γ2. Για τους πραγματικούς αριθμούς χ , ψ ισχύουν :

$$|2\chi-3| \leq 1 \quad \kappa\alpha\iota \quad |\psi-4| \leq 2$$

- **i.** Να αποδείξετε ότι: $1 \leq \chi \leq 2 \quad \kappa\alpha\iota \quad 2 \leq \psi \leq 6$
- **ii.** Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$K = |\chi-2| + 2|6-\psi| - |2\psi-13| + \psi^2$$

- **iii.** Να αποδείξετε ότι: $3 \leq K \leq 36$

Μονάδες: 13

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να λυθεί η ανίσωση:

$$|2\chi-1|+2-\frac{|6\chi-3|}{8}\geq\frac{|8\chi-4|+3}{5}$$

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση:

$$2\left|\chi-\frac{1}{2}\right|-\frac{2|2\chi-1|+2}{3}+|6\chi-3|=2$$

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση:

$$2<|\chi+3|\leq 5$$

Μονάδες: (9+8+8)

ΚΑΛΗ ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΗ!!